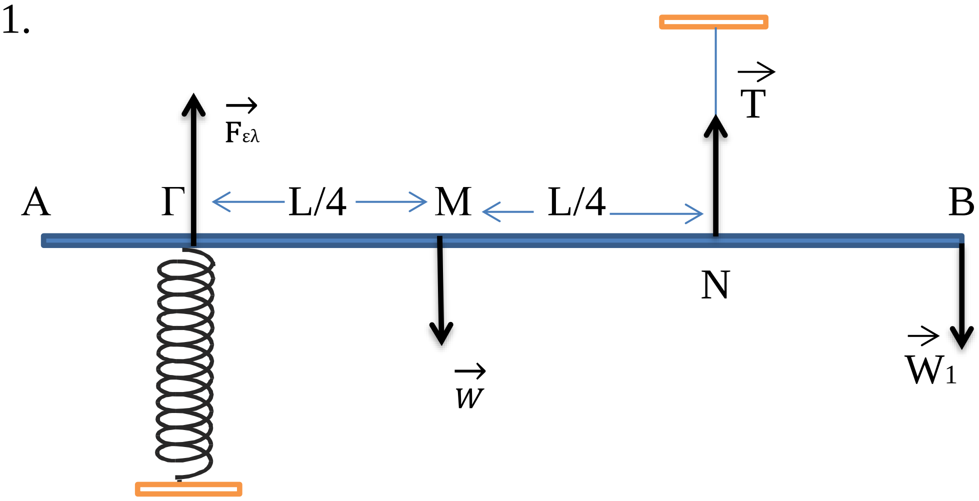
ΘΕΜΑ Α

1.α 2.δ 3.α 4.β 5. α. Σ , β. Λ , γ. Λ , δ. Σ

ΘΕΜΑ Β

1.



Ισορροπία : $\Sigma\tau_N=0$ ή $-W_1\cdot\frac{L}{4}+W\cdot\frac{L}{4}-F_{ελ}\cdot\frac{L}{2}=0$ ή $k\cdot\Delta l=\frac{W}{2}-\frac{W_1}{2}$ ή

$\Delta l=\frac{W-W_1}{2k}=0{,}125m$

άρα σωστό το (α).

2. 1η περίπτωση ,από το θεώρημα Torricelli:

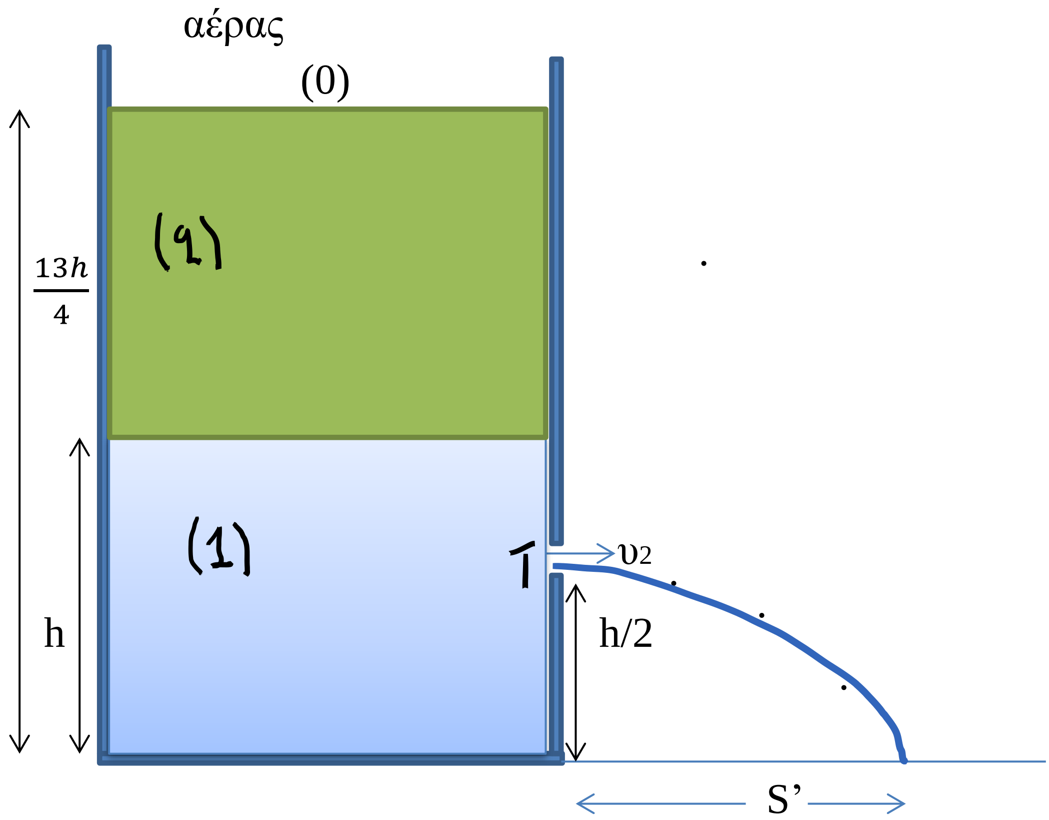
$υ_1=\sqrt{2g(h-\frac{h}{2})}$ ή $υ_1=\sqrt{gh}$ (1). Οριζόντια βολή: $S=υ_1\cdot t_1$ και

$h/2=1/2\cdot g\cdot t_1^2$ ή $t_1=\sqrt{\frac{h}{g}}$ οπότε $S=υ_1\cdot\sqrt{\frac{h}{g}}\overset{(1)}{\Rightarrow}S=h$ (2)

2η περίπτωση : Εξίσωση Bernoulli (0→ T) :

$P_{ατμ} + ρ_2·g·(\frac{13h}{4} – h) + ρ_1·g·(h-\frac{h}{2}) = P_{ατμ} + \frac{1}{2}·ρ_1·υ_2^2$ ή

$ρ_2·g·\frac{9h}{4} + ρ_1·g·\frac{h}{2} = \frac{1}{2}·ρ_1·υ_2^2$ ή $υ_2 = \sqrt{(\frac{9·ρ_2}{2·ρ_1} + 1)·g·h}$ (3)



Οριζόντια βολή: $S' = υ_2·t_2$ και $\frac{h}{2} = \frac{1}{2}·g·t_2^2$ ή $t_2 = \sqrt{\frac{h}{g}}$ οπότε

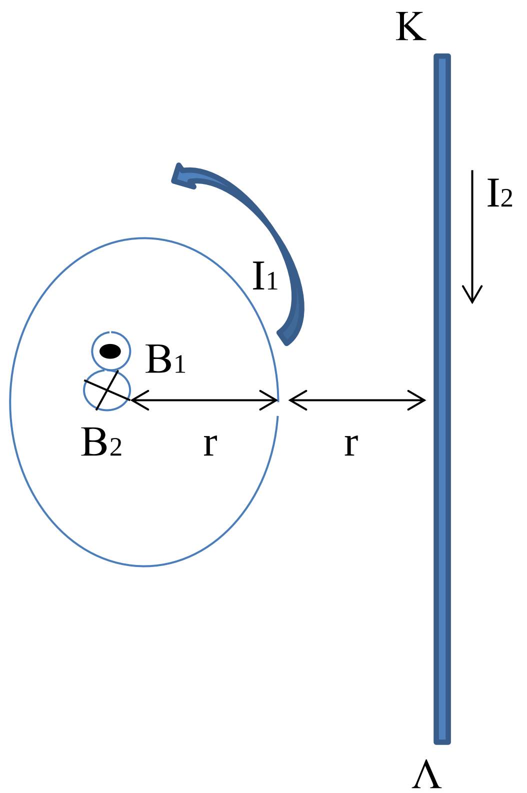
με την βοήθεια της σχέσης (3): $S' = \sqrt{(\frac{9·ρ_2}{2·ρ_1} + 1)·g·h}·\sqrt{\frac{h}{g}}$ ή

$S' = h·\sqrt{\frac{9·ρ_2}{2·ρ_1} + 1}$ (4).

επειδή $S' = 2S \xRightarrow{(2),(4)} h·\sqrt{\frac{9·ρ_2}{2·ρ_1} + 1} = 2·h$ ή $\frac{ρ_1}{ρ_2} = \frac{3}{2}$.

Άρα σωστό το (β)

3.Η ένταση του μαγνητικού πεδίου B_1 στο Μ λόγω του κυκλικού ρευματοφόρου αγωγού έχει φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη. Επομένως για να είναι η συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου στο Μ ίση με μηδέν, θα πρέπει το διάνυσμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου λόγω του ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού ΚΛ ,B_2 ,να έχει φορά αντίθετη ,δηλ. από τον αναγνώστη προς τη σελίδα. Για να συμβαίνει αυτό θα πρέπει η φορά του ρεύματος που διαρρέει τον ΚΛ να είναι από το Κ προς το Λ.



Στο Μ έχουμε : $B_M=0$ ή $B_1=B_2$ ή $\frac{2 \cdot K\mu \cdot \pi \cdot I1}{r}=\frac{2 \cdot K\mu \cdot I2}{2r}$ ή $I_2=2 \cdot \pi \cdot I_1$
Άρα σωστή απάντηση είναι η β.

4. Α.Δ.Μ.Ε. (Λείο τεταρτοκύκλιο) για το σώμα m_1 για τα σημεία Α,Β: $K_A + U_A = K_B + U_B$ ή $\frac{1}{2}\cdot m_1\cdot\upsilon_o^2 + m_1\cdot g\cdot R = \frac{1}{2}\cdot m_1\cdot\upsilon_B^2$ ή $\upsilon_B^2 = 4\cdot g\cdot R$ (1)

Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σώματος στο τραχύ δάπεδο από το Β στο Γ. $K_\Gamma - K_B = W_T$ ή $\frac{1}{2}\cdot m_1\cdot\upsilon_\Gamma^2 - \frac{1}{2}\cdot m_1\cdot\upsilon_B^2 = -\mu\cdot m_1\cdot g\cdot 2\cdot R \overset{(1)}{\Rightarrow}$

$\upsilon_\Gamma^2 = 4\cdot g\cdot R - 4\cdot\mu\cdot g\cdot R$ (2)

πλαστική κρούση σώματος m_1 και m_2 : $p_{αρχ} = p_{τελ}$ ή

$m_1\cdot\upsilon_\Gamma = (m_1 + m_2)\cdot\upsilon_\Sigma$ ή $\upsilon_\Sigma = \frac{\upsilon_\Gamma}{4}$ (3)

Το συσσωμάτωμα εκτελεί ταλάντωση σε τραχύ δάπεδο με συντελεστή τριβής μ και σταματά στιγμιαία αφού το ελατήριο έχει συσπειρωθεί κατά $\Delta l = \frac{R}{2}$.

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε για το συσσωμάτωμα :

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_T + W_{Fελ} \text{ ή}$$

$$0 - \frac{1}{2}\cdot(m+3m)\upsilon_\Sigma^2 = -\mu\cdot(m+3m)\cdot g\cdot\frac{R}{2} - \frac{1}{2}\cdot k\cdot\frac{R^2}{4} \overset{(3)}{\Rightarrow}$$

$\upsilon_\Gamma^2 = 16\cdot\mu\cdot g\cdot R + 3\cdot g\cdot R \overset{(2)}{\Rightarrow} 4\cdot g\cdot R - 4\cdot\mu\cdot g\cdot R = 16\cdot\mu\cdot g\cdot R + 3\cdot g\cdot R$ ή $\mu = \frac{1}{20}$.

άρα σωστή απάντηση η (δ)

ΘΕΜΑ Γ

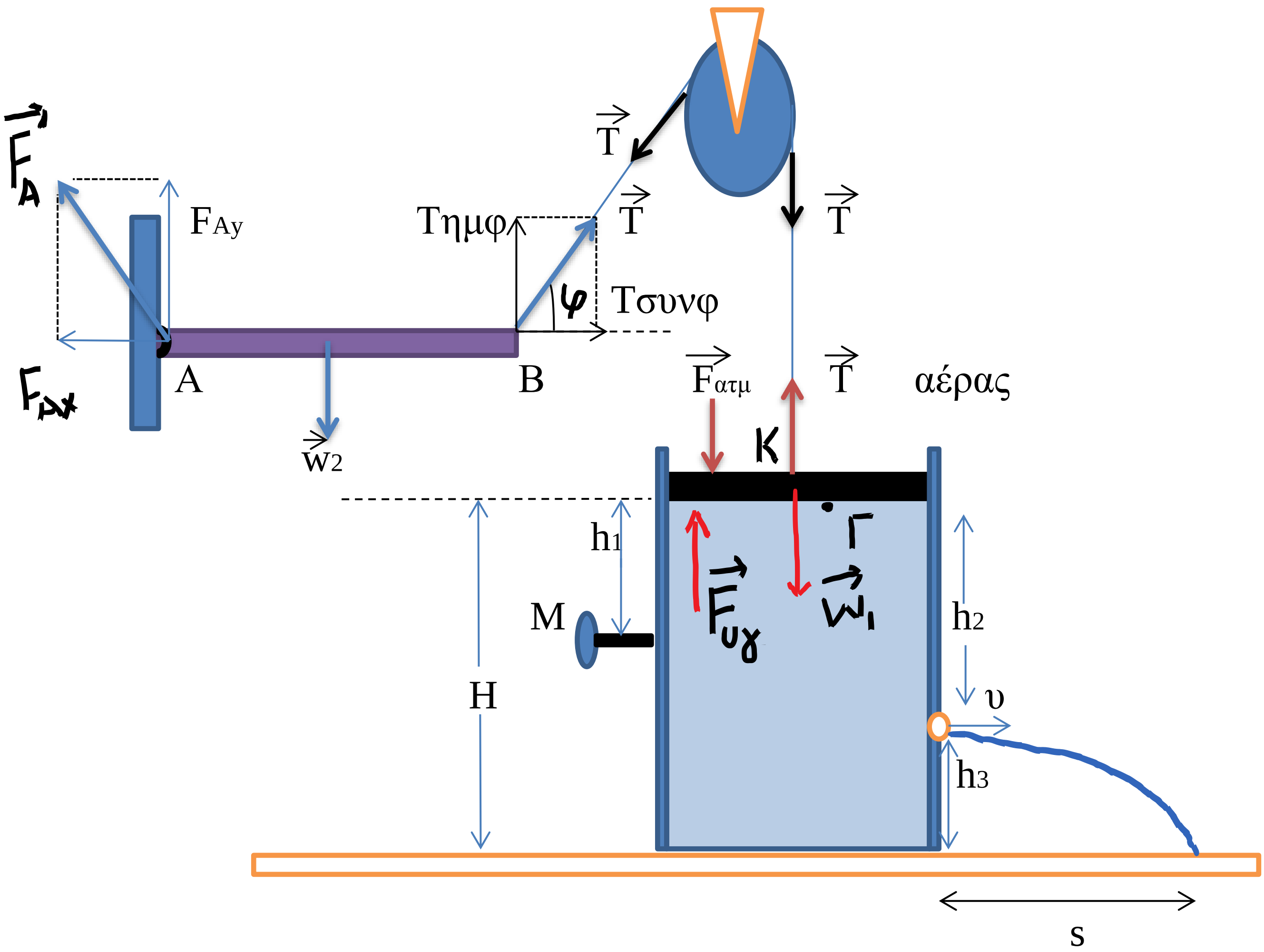
Α. α. Ισορροπία ράβδου ΑΒ:

$\Sigma\tau_A=0$ ή $w_2\cdot\frac{L}{2}=T\cdot\eta\mu\varphi\cdot L$ ή $T=100N$

$\Sigma F_x=0$ ή $F_{Ax}=T\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi$ ή $F_{Ax}=50\sqrt{3}$ N

$\Sigma F_y=0$ ή $F_{Ay}+T\cdot\eta\mu\varphi - w_2=0$ ή $F_{Ay}=50N$

Είναι $F_A=\sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2}$ ή $F_A=100N$ και $\varepsilon\varphi\theta=\frac{F_{Ay}}{F_{Ax}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ή $\theta=30^o$



β. Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της υδροστατικής για τα σημεία του υγρού Μ, που βρίσκεται το μανόμετρο ,και Γ, ακριβώς κάτω από το έμβολο.

$P_M = P_\Gamma + \rho \cdot g \cdot h_1$ ή $P_M = P_{ατμ} + \frac{w_1 - T}{A} + \rho \cdot g \cdot h_1 = 1{,}1 \cdot 10^5 Pa$

Β. Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli ($\Gamma \longrightarrow T$):

$P_\Gamma + \rho \cdot g \cdot h_2 = P_{ατμ} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \upsilon^2$ ή $P_{ατμ} + \frac{w_1 - T}{A} + \rho \cdot g \cdot h_2 = P_{ατμ} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \upsilon^2$ ή υ=5m/s

Οριζόντια βολή : $H - h_2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ ή t=0,2s και βεληνεκές :s=υt ή s=1m

Γ. α. Το νέο βεληνεκές $s' = s - \frac{20}{100} \cdot s = 0{,}8m$

Η νέα ταχύτητα εκροής του νερού από την τρύπα Τ είναι $\upsilon' = \frac{s'}{t}$ ή υ'=4m/s.

Εφαρμόζουμε εξίσωση Bernoulli ($\Gamma \longrightarrow T$):

$P_{ατμ} + \frac{w_1 - T'}{A} + \rho \cdot g \cdot h_2 = P_{ατμ} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \upsilon'^2$ ή T'=190N

Νέα ισορροπία ράβδου ΑΒ: $\Sigma\tau_A = 0$ ή $w_3 \cdot (L - x) + w_2 \cdot \frac{L}{2} = T' \cdot ημφ \cdot L$ ή x=1,1m

β. Η πίεση στον πυθμένα του δοχείου είναι :

$P_\Pi = P'_\Gamma + \rho \cdot g \cdot H$ ή $P_\Pi = P_{ατμ} + \frac{w_1 - T'}{A} + \rho \cdot g \cdot H$ ή $P_\Pi = 1{,}1 \cdot 10^5 Pa$

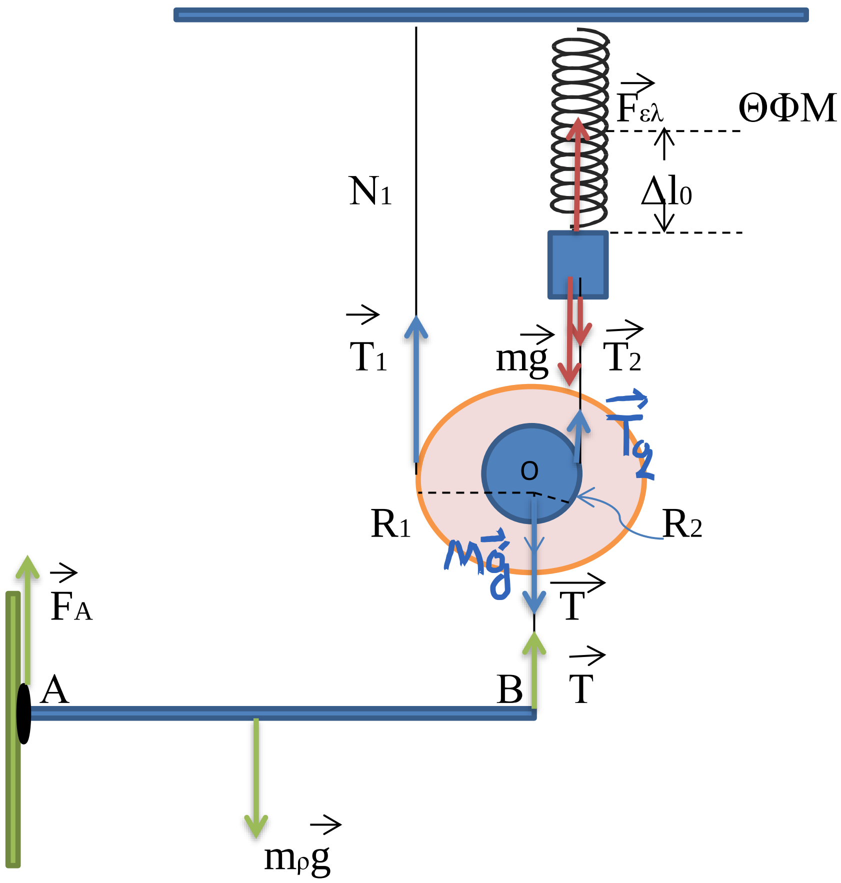
Η δύναμη $\vec{F}_\Pi$ που ασκείται στον πυθμένα έχει μέτρο $F_\Pi = P_\Pi \cdot A$ ή $F_\Pi = 2{,}2 \cdot 10^3 N$

γ. Η μάζα Δm του νερού που βρίσκεται στον αέρα βγήκε από την τρύπα μέσα σε χρόνο Δt=0,2s ,όσος είναι ο χρόνος που πραγματοποιείται η οριζόντια βολή.

Η παροχή της τρύπας είναι : $\Pi = A_T \cdot \upsilon' = 2 \cdot 10^{-5}\ m^3/s$

Ακόμη είναι: Π=$\frac{\Delta V}{\Delta t}$ ή ΔV=4·$10^{-6}m^3$
άρα η ζητούμενη μάζα Δm του νερού είναι: Δm=ρ· ΔV ή
Δm = 4·10^{-3}kg

ΘΕΜΑ 4



Α. Στα σώματα ασκούνται οι δυνάμεις που φαίνονται στο παραπάνω σχήμα. Κατά την ισορροπία του συστήματος ισχύουν:

<u>Ράβδος ΑΒ</u> : $Στ_A$=0 ή T·l-$m_ρ$·g·$\frac{l}{2}$ =0 ή T=30N

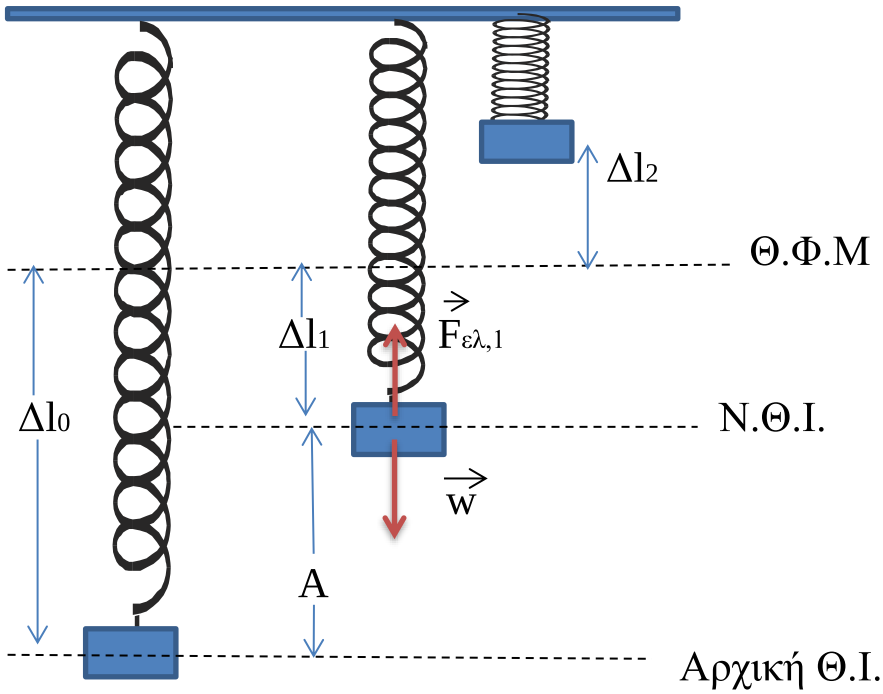
Τροχαλία : $\Sigma\tau_o=0$ ή $T_1 \cdot R_1 - T_2 \cdot R_2 = 0$ ή $T_1=\frac{T_2}{2}$ (1)

και $\Sigma F=0$ ή $T_1+T_2-M\cdot g - T=0 \overset{(1)}{\Rightarrow} T_2=40N$.

Σώμα Σ: $\Sigma F=0$ ή $F_{\varepsilon\lambda} - m\cdot g - T_2 = 0$ ή $k\cdot\Delta l_0 - m\cdot g - T_2 = 0$ ή

$\Delta l_0 = \frac{m\cdot g + T_2}{k} = 0,5m$

Β. α. Μετά το κόψιμο του νήματος N_2 το σώμα Σ έχει νέα θέση ισορροπίας .Από τη συνθήκη ισορροπίας δυνάμεων του σώματος Σ στη Ν.Θ.Ι έχουμε : $\Sigma F=0$ ή $F_{\varepsilon\lambda.1}=m\cdot g$ ή $k\cdot\Delta l_1=m\cdot g$ ή $\Delta l_1=0,1m$.



Η αρχική θέση ισορροπίας αποτελεί κάτω ακραία θέση ταλάντωσης (γιατί $\upsilon=0$) δηλ. είναι : $\chi_{\alpha\rho\chi} = -A$ ή $A\cdot\eta\mu\varphi_0 = -A$ ή $\eta\mu\varphi_0 = -1$ ή $\varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$ rad.

Το πλάτος ταλάντωσης είναι $A=\Delta l_0 - \Delta l_1 = 0,4m$.

Η κυκλική συχνότητα ω της ταλάντωσης υπολογίζεται από τη σχέση της σταθεράς επαναφοράς : $k=m\cdot\omega^2$ ή $\omega=10$ rad/s.

Επομένως η ζητούμενη χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης είναι :

x=A·ημ(ω·t+$φ_0$) ή x=0,4·ημ(10·t+$\frac{3\pi}{2}$) (S.I.)

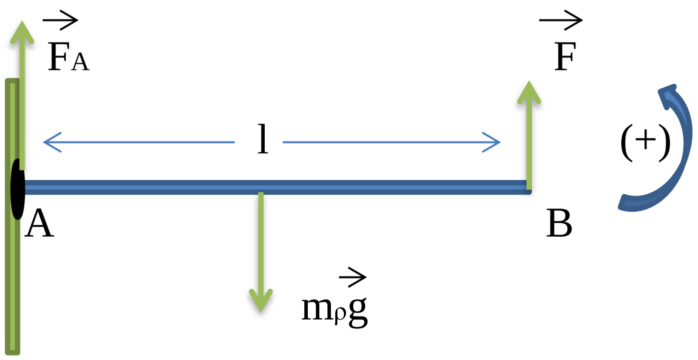
β .Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής κινητικής ενέργειας του σώματος Σ: $\left|\frac{\Delta K}{\Delta t}\right|$ =|ΣF · υ| = |−D · x · υ|= |k · x · υ |(2)

Από το σχήμα παρατηρούμε ότι όταν το σώμα Σ διέρχεται για πρώτη φορά από τη θέση όπου το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά Δl_2 τότε x=Δl_1 +Δl_2 = 0,2 m και από :

E=K+U ή $\frac{1}{2}$·D·A^2=$\frac{1}{2}$·m·υ^2 +$\frac{1}{2}$ ·D·x^2 ή |υ|=ω·$\sqrt{A^2-x^2}$=2·$\sqrt{3}$m/s

οπότε η σχέση (2): $\left|\frac{\Delta K}{\Delta t}\right|$ = 100·0,2·2·$\sqrt{3}$ =40·$\sqrt{3}$ $\frac{J}{s}$

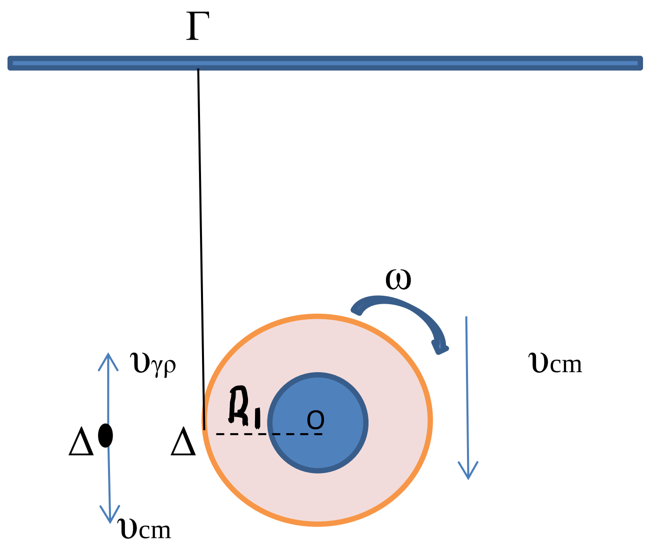
γ.



Λόγω ισορροπίας της ράβδου εξαιτίας της εξωτερικής δύναμης F θα ισχύουν :

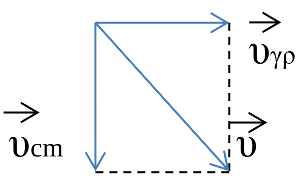
$Στ_A$=0 ή $τ_F$ + T_w =0 ή F·l - $m_ρ$·g·$\frac{l}{2}$ =0 ή F=$\frac{m_ρ \cdot g}{2}$ =30N

και $ΣF_y$=0 ή F+F_A -$m_ρ$·g=0 ή 30+ F_A -60=0 ή F_A=30N δ. Το σημείο Δ του νήματος έχει την ίδια ταχύτητα με το σημείο Γ, το οποίο προσδένεται στην οροφή. Είναι όμως $υ_Γ$=0 άρα και $υ_Δ$=0.



Οπότε εφόσον $υ_Δ=0$ ή $υ_{cm} - υ_{γρ} = 0$ ή $υ_{cm} = υ_{γρ} = ω \cdot R_1$

Στο ανώτερο σημείο της διπλής τροχαλίας οι ταχύτητες έχουν τις παρακάτω κατευθύνσεις. ($υ_{γρ} = ω \cdot R_1$)



$$υ = \sqrt{υ_{cm}^2 + υ_{γρ}^2} = \sqrt{2(ω \cdot R_1)^2} =$$

$$= ω \cdot R_1 \cdot \sqrt{2} \quad (3)$$

Το μήκος του νήματος που ξετυλίγεται είναι ίσο με το μήκος τόξου που διανύει το σημείο του τροχού που συνδέεται με το νήμα δηλ. με το σημείο Δ, άρα $L = Δs_Δ = R_1 \cdot Δθ$ ή $Δθ = 3/2$ rad ή $\frac{1}{2} \cdot α_{γων} \cdot t^2 = \frac{3}{2}$ ή $α_{γων} = 3\ rad/s^2$.

Επομένως η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας την χρονική στιγμή t=1s θα είναι $ω = α_{γων} \cdot t = 3 rad/s$ οπότε από την (3) $υ = 1{,}2 \cdot \sqrt{2}$ m/s