ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ

Α2. γ

Α3. α

Α4. γ

Α5. **α** – Σωστό

β – Λάθος

γ – Λάθος

δ – Λάθος

ε – Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1. Η ταχύτητα $\vec{\upsilon}_x$ στην οριζόντια βολή είναι σταθερή. Η αρχική κινητική ενέργεια του σώματος είναι $K = \frac{1}{2}m\upsilon_x^2$ και κάποια στιγμή ισχύει:

$K' = 2K$ ή $\frac{1}{2}m\upsilon^2 = 2 \cdot \frac{1}{2}m\upsilon_x^2$ ή $\upsilon^2 = 2\upsilon_x^2$

Αλλά το μέτρο της ταχύτητας είναι:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} \quad \text{ή} \quad \upsilon^2 = \upsilon_x^2 + \upsilon_y^2$$

οπότε :

$$\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 = 2\upsilon_x^2 \quad \text{ή} \quad \upsilon_y^2 = \upsilon_x^2 \quad \text{ή} \quad \upsilon_y = \upsilon_x \quad \text{ή} \quad \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x} = 1$$

Άρα **σωστή είναι η απάντηση (γ).**

Β2. Οι ακτίνες είναι $R_A = 2R_B$ και οι συχνότητες $f_A = 4f_B$. Η γραμμική ταχύτητα υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\upsilon = \omega R = 2\pi f R$$

Συνεπώς για το κινητό Β είναι:

$$\upsilon_B = 2\pi f_B R_B$$

και για το κινητό Α:

$$\upsilon_A = 2\pi f_A R_A = 2\pi \cdot 4f_B \cdot 2R_B = 8 \cdot 2\pi f_B R_B \quad \text{ή}$$

$$\upsilon_A = 8\,\upsilon_B$$

Άρα **σωστή είναι η απάντηση (γ).**

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: ΣΟΦΟΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ

Β3. Το σώμα μάζας $m_A = m$ κινείται με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_A = \vec{\upsilon}_1$ και συγκρούεται με το σώμα μάζας $m_B = 3m$, το οποίο έχει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_B$. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα παραμένει ακίνητο ($V = 0$). Άρα:

$$\vec{p}_{o\lambda}^{(\alpha\rho\chi)} = \vec{p}_{o\lambda}^{(\tau\varepsilon\lambda)} \quad \text{ή}$$

$$m_A\upsilon_A + m_B\upsilon_B = (m_A + m_B)V = 0 \quad \text{ή}$$

$$\upsilon_B = -\frac{m_A}{m_B}\upsilon_1 = -\frac{\upsilon_1}{3}$$

(η ταχύτητα $\vec{\upsilon}_B$ έχει αντίθετη φορά από την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_A$). Η κινητική ενέργεια του σώματος μάζας m_A είναι $K = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2$ και του σώματος μάζας m_B είναι:

$$K_B = \frac{1}{2}\cdot 3m\upsilon_B^2 = \frac{1}{2}\cdot 3m\left(\frac{\upsilon_1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}m\upsilon_1^2 \quad \text{ή}$$

$$K_B = \frac{K}{3}$$

Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα είναι ακίνητο, οπότε όλη η αρχική κινητική ενέργεια έχει μετατραπεί σε θερμική, άρα:

$$Q = K + \frac{K}{3} = \frac{4}{3}K$$

Άρα **σωστή είναι η απάντηση (β).**

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Γ1. Η γραμμική ταχύτητα του τρένου είναι:

$$\upsilon = \omega r \quad \text{ή} \quad \upsilon = \frac{2\pi}{T}r \quad \text{ή}$$

$$\upsilon = \frac{2\pi}{2}\cdot\frac{2}{\pi}\,\text{m/s} \quad \text{ή} \quad \upsilon = 2\text{m/s}$$

Γ2. Κατά την έκρηξη έχουμε η ορμή του συστήματος του τρένου διατηρείται, οπότε:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad m\upsilon = m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 \quad \text{ή}$$

$$3\cdot 2 = 1\cdot 12 + 2\upsilon_2 \quad \text{ή} \quad 2\upsilon_2 = -6 \quad \text{ή} \quad \upsilon_2 = -3m/s$$

(το μείον σημαίνει ότι το πίσω βαγόνι θα κινηθεί αντίθετα από το μπροστινό βαγόνι). Άρα το μέτρο της ταχύτητας του πίσω βαγονιού είναι $\upsilon_2 = 3m/s$.

Γ3. Η ενέργεια που ελευθερώνεται κατά την έκρηξη είναι:

$$E = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}m\upsilon^2 \quad \text{ή}$$

$$E = \frac{1}{2} \bullet 1 \bullet 144 + \frac{1}{2} \bullet 2 \bullet 9 - \frac{1}{2} \bullet 3 \bullet 4 = 75J$$

Γ4. Οι γωνίες που διαγράφουν τα δύο βαγονάκια είναι $\varphi_1 = \omega_1 t = \frac{\upsilon_1}{r}t$ και

$\varphi_2 = \omega_2 t = \frac{\upsilon_2}{r}t$ και ο λόγος τους:

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{12}{3} \quad \text{ή} \quad \varphi_1 = 4\varphi_2$$

Το άθροισμα των γωνιών είναι:

$$\varphi_1 + \varphi_2 = 2\pi \quad \text{ή} \quad 4\varphi_2 + \varphi_2 = 2\pi \quad \text{ή}$$

$$5\varphi_2 = 2\pi \quad \text{ή} \quad \varphi_2 = \frac{2\pi}{5}rad \quad \kappa\alpha\iota \quad \varphi_1 = \frac{8\pi}{5}rad$$

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Δ1. Κατά την κρούση η ορμή διατηρείται, οπότε:

$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$ ή $m_1\upsilon_1 + 0 = -m_1\acute{\upsilon}_1 + m_2\acute{\upsilon}_2$

$m_1(\upsilon_1 + \acute{\upsilon}_1) = m_2\acute{\upsilon}_2$ ή

$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\acute{\upsilon}_2}{\upsilon_1 + \acute{\upsilon}_1}$ ή

$\frac{m_1}{m_2} = \frac{5}{10+5}$ ή

$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$

Δ2. Έχουμε:

$$\frac{\Delta K_2}{K_1} \bullet 100\% = \frac{K_2^{(\tau\varepsilon\lambda)} - K_2^{(\alpha\rho\chi)}}{K_1} \bullet 100\% \quad \text{ή}$$

$$\frac{\Delta K_2}{K_1} \bullet 100\% = \frac{\frac{1}{2}m_2\acute{\upsilon}_2{}^2 - 0}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2} \bullet 100\% \quad \text{ή}$$

$$\frac{\Delta K_2}{K_1} \bullet 100\% = \frac{m_2}{m_1}\left(\frac{\acute{\upsilon}_2}{\upsilon_1}\right)^2 \bullet 100\% \quad \text{ή}$$

$$\frac{\Delta K_2}{K_1} \bullet 100\% = 3\left(\frac{5}{10}\right)^2 \bullet 100\% = 75\%$$

Δ3. Αν η μάζα $m_1 = 0,5\ kg$, τότε η μάζα $m_2 = 1,5\ kg$. Η δύναμη της τριβής που δέχεται το σώμα μάζας m_1 είναι:

$$T_1 = \mu m_1 g = 0,1 \bullet 0,5 \bullet 10 = 0,5N$$

οπότε ο ρυθμός που μεταβάλλεται η ορμή του σώματος αυτού είναι:

$$\frac{\Delta \vec{p}_1}{\Delta t} = \Sigma \vec{F} = -\vec{T} \quad \text{ή} \quad \frac{\Delta p_1}{\Delta t} = -0,5kg \bullet m/s^2$$

Δ4. Τα σώματα μάζας m_1 και m_2 μετά την κρούση μετατοπίζονται κατά s_1

και s_2 αντίστοιχα. Τις μετατοπίσεις αυτές θα τις υπολογίσουμε από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το κάθε σώμα αμέσως μετά την κρούση και μέχρι να σταματήσει. Για το σώμα μάζας m_1:

$$\Delta K_1 = W_{T_1} \quad \text{ή} \quad 0 - \frac{1}{2} m_1 \acute{\upsilon}_1^2 = -\mu m_1 g s_1 \quad \text{ή}$$

$$s_1 = \frac{\acute{\upsilon}_1^2}{2\mu g} = \frac{25}{2 \bullet 0,1 \bullet 10} = 12,5m$$

Ομοίως για το σώμα μάζας m_2:

$$s_2 = \frac{\acute{\upsilon}_2^2}{2\mu g} = 12,5m$$

Άρα η απόσταση που θα απέχουν μεταξύ τους θα είναι:

$$d = s_1 + s_2 = 25\ m$$