ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

Α1.Δίνεται η εξίσωση $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$, α≠ 0 με ρίζες χ_1 , χ_2.

Να δείξετε ότι $\chi_1 + \chi_2 = -\frac{\beta}{\alpha}$.   (ΜΟΝ.7)

Α2.Τι ονομάζετε απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού α; (ΜΟΝ.8)

Α3. Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης Α με ένα μόνο στοιχείο της στήλης Β.

Α	***Β***
1.Έχει πραγματικές ρίζες	i)α≠0 Δ>0 P>0 S>0
2.Οι ρίζες είναι αρνητικές	ii)α≠0 Δ>0 P>0 S <0
3.Οι ρίζες είναι αντίθετες	iii)α≠0 Δ >0
4.Δεν έχει πραγματικές ρίζες	iv)α≠0 Δ≥ 0 S =0
5.Οι ρίζες είναι θετικές	v)α≠0 Δ=0
6.Οι ρίζες είναι ομόσημες	vi)α≠0 Δ≥0 P=1
7.Έχει μια διπλή πραγματική ρίζα	vii)α≠0 Δ>0 P>0
8.Οι ρίζες είναι αντίστροφες	viii) α≠0 Δ≥0
9.Οι ρίζες είναι ετερόσημες	ix)α≠0 Δ> 0 P<0
10.Έχει 2 πραγματικές και άνισες ρίζες	x)α≠0 Δ <0

(ΜΟΝ.10)

ΘΕΜΑ Β

Αν 2≤ χ ≤ 3 και 1≤ ψ≤ 2 να βρείτε μεταξύ ποιων ορίων βρίσκεται η τιμή καθεμιάς απο τις παρακάτω παραστάσεις

α) χ+ψ   (ΜΟΝ.5)

β)2χ -3ψ   (ΜΟΝ.10)

γ)$\frac{\chi}{\psi}$ (ΜΟΝ.10)

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.Να λύσετε την ανίσωση $2\chi^2 - 8\chi + 6 < 0$ (ΜΟΝ.6)

Γ2. Για τις τιμές του χ που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα να απλοποιήσετε την παράσταση

$K = 2\,|1 - x| - 3\,|3 - x| + 5\,|5 - x|$ (ΜΟΝ.5)

Γ3.Να λύσετε την ανίσωση $(2 - \alpha)^2 - 4|\alpha - 2| + 3 < 0$. (ΜΟΝ.7)

Γ4.Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης

$f(x) = \sqrt{2\chi^2 - 8\chi + 6}$ (ΜΟΝ.7)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $\boldsymbol{f(x) = \sqrt{\chi^2 - \chi + \frac{\alpha}{4}}}$

Δ1. να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού α ώστε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f να είναι το σύνολο R. (ΜΟΝ.10)

Δ2.Αν είναι γνωστό ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης f διέρχεται από το σημείο $A\left(0, \frac{1}{2}\right)$ τότε

i) να αποδείξετε ότι α =1 και να γράψετε τον τύπο της χωρίς το σύμβολο της τετραγωνικής ρίζας (ΜΟΝ. 7)

ii) να λύσετε την εξίσωση $\boldsymbol{f(x) = \frac{1}{2}}$. (ΜΟΝ.8)

Καλή επιτυχία!!!

ΛΥΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1.Σχολικό βιβλίο σελ.90

Α2.Σχολικό βιβλίο σελ.62

Α3.

1-viii

2-ii

3-iv

4-x

5-i

6-vii

7-v

8-vi

9-ix

10-iii

ΘΕΜΑ Β

Β1. $2 \leq \chi \leq 3$ (1)

και $1 \leq \psi \leq 2$ (2) προσθέτω κατά μέλη τις σχέσεις (1) ,(2) και προκύπτει ότι $3 \leq \chi + \psi \leq 5$.

Β2.πολλαπλασιάζω την σχέση (1) επί 2 και προκύπτει

$4 \leq 2\chi \leq 6$ (3) και στη συνέχεια

πολλαπλασιάζω την σχέση (2) επί -3 και προκύπτει

-6$\leq -3\psi \leq -3$ (4).Προσθέτω κατά μέλη τις σχέσεις (3) και (4) και προκύπτει -2$\leq 2\chi - 3\psi \leq 3$.

Β3.αντιστρέφω τη σχέση (2) και προκύπτει $\frac{1}{2} \leq \frac{1}{\psi} \leq 1$ (5).Πολλαπλασιάζω κατά μέλη τις σχέσεις (1) , (5) και προκύπτει

1$\leq \frac{\chi}{\psi} \leq 3$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.$2\chi^2$ – 8χ +6 < 0 Υπολογίζοντας τις ρίζες του τριωνύμου στον παρακάτω πίνακα φαίνετα το πρόσημο του τριωνύμου για κάθε χ στους πραγματικους αριθμούς.

Χ	-∞ 1	3	+∞
$2\chi^2$ – 8χ +6	+	-	+

Επομένως χ∈ (1 , 3) δηλαδή $1 < \chi < 3$.

Γ2. Κ=2(χ -1)-3(3-χ) +5 (5 –χ)

Κ =2χ -2-9 +3χ +25 -5χ

Κ=14

Γ3. $(2-\alpha)^2$ - 4$|\alpha - 2|$ +3 < 0

$|\alpha - 2|^2$ - 4$|\alpha - 2|$ +3 < 0 (1)

Θεωρούμε φ $= |\alpha - 2| \geq 0$ επομένως η εξίσωση (1) γίνεται:

φ^2 - 4φ + 3 < 0. Άρα:1$< \varphi < 3$

1<$|\alpha - 2| < 3$.

Συναληθεύουμε τις 1<$|\alpha - 2|$ => α >3 ή α < 1

και

$|\alpha - 2| < 3$ => -1 <α<5

Επομένως προκύπτει α ∈(-1 , 1) ∪ (3 , 5)

Γ4 . $\chi \in (-\infty\ ,1] \cup [3,+\infty)$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.Θα πρέπει

$\boldsymbol{\chi^2 - \chi + \frac{\alpha}{4} \geq 0}$ **για κάθε χ∈ $\boldsymbol{R}$.**

Αρκεί δηλαδή $\Delta \leq 0$. Δ=1-4 1 $\frac{\alpha}{4}$ =1 – $\alpha \geq 0$. Άρα $\alpha \leq 1$.

Δ2. i) Οι συντεταγμένες του σημείου ικανοποιούν τον τύπο της f.

Δηλαδή: f $(0) = \frac{1}{2}$

$\sqrt{\frac{\alpha}{4}} = \frac{1}{2}$. α= 1 .

ii)f(x) $= \sqrt{(x - \frac{1}{2})^2}$

f(x) $= \left|x - \frac{1}{2}\right|$

$\left|x - \frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}$

Χ - $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ή Χ - $\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

Χ=1 ή Χ= 0.

(θέμα Β& θέμα Δ από την Τράπεζα Θεμάτων όπως αυτή δημοσιεύτηκε .)